



ce
pre
UNI

Aritmética

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

CICLO
preuniversitario
2024 - I



Problema 1

Dada una distribución de frecuencias con 6 intervalos de clases, la marca de clase del primer y cuarto intervalo son 7 y 25 respectivamente, si en el tercer y último intervalo tenemos igual cantidad de datos; y en el primero, segundo, cuarto y quinto se tienen 10, 8, 15 y 7 datos respectivamente; los datos del primer y tercer intervalo se encuentran en la relación de 1 a 2. Determine que porcentaje del total se encuentra en el último intervalo.

A) 12%

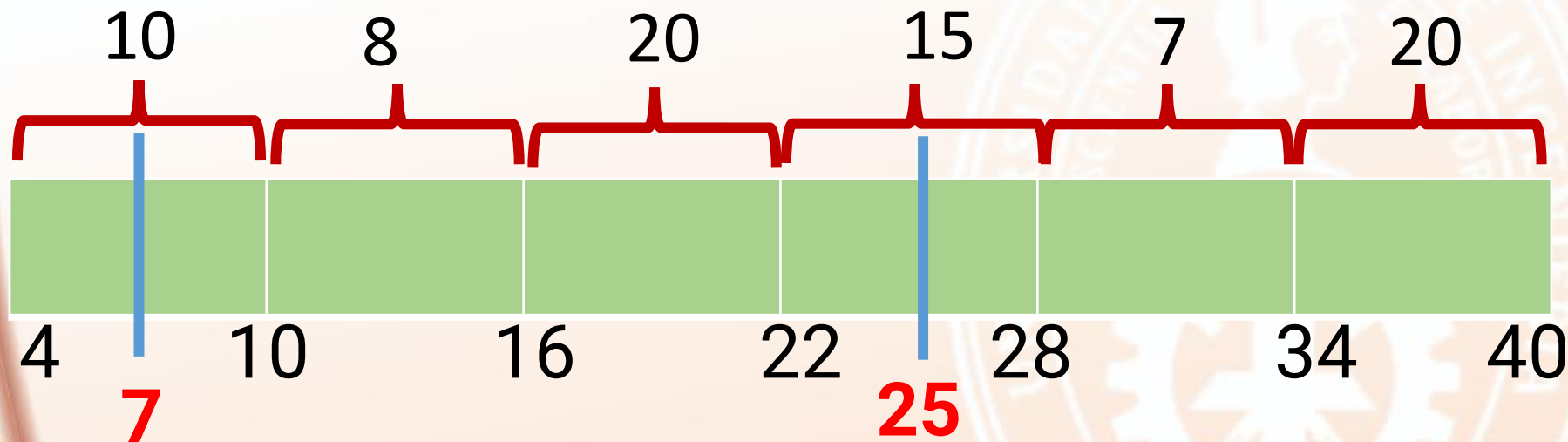
B) 15%

C) 18%

D) 20%

E) 25%

Resolución:



$$3W = 25 - 7$$

$$W = 6$$

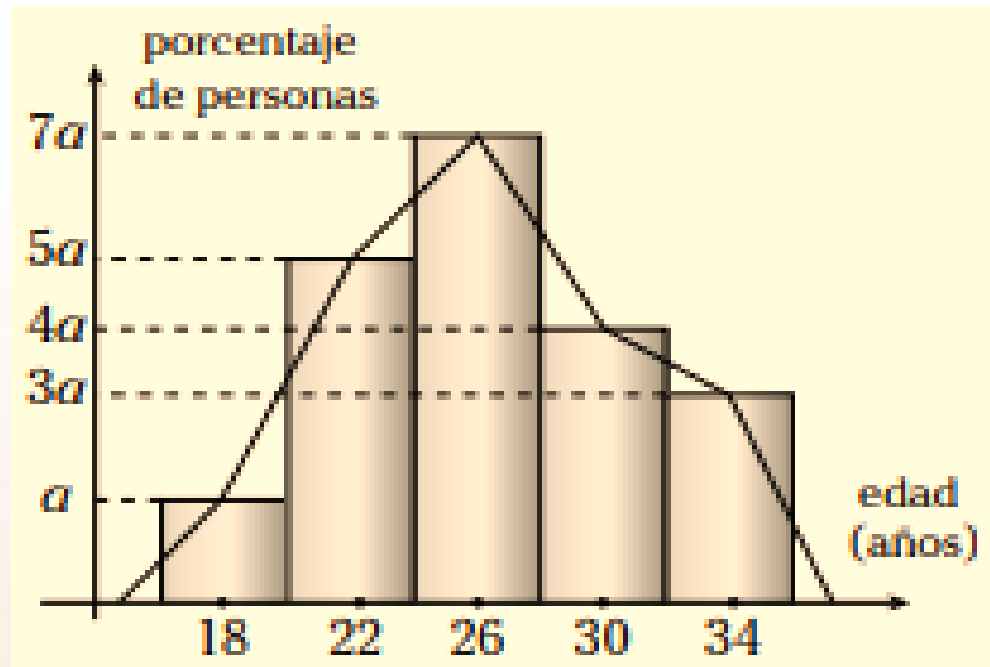
$$n = 80$$

$$h_6 = \frac{20}{80} = 25\%$$

CLAVE E

Problema 2

Dado el histograma adjunto, determine qué tanto por ciento son los que tienen entre 20 y 26 años y entre 28 y 34 años. Dé como respuesta la suma de los resultados.

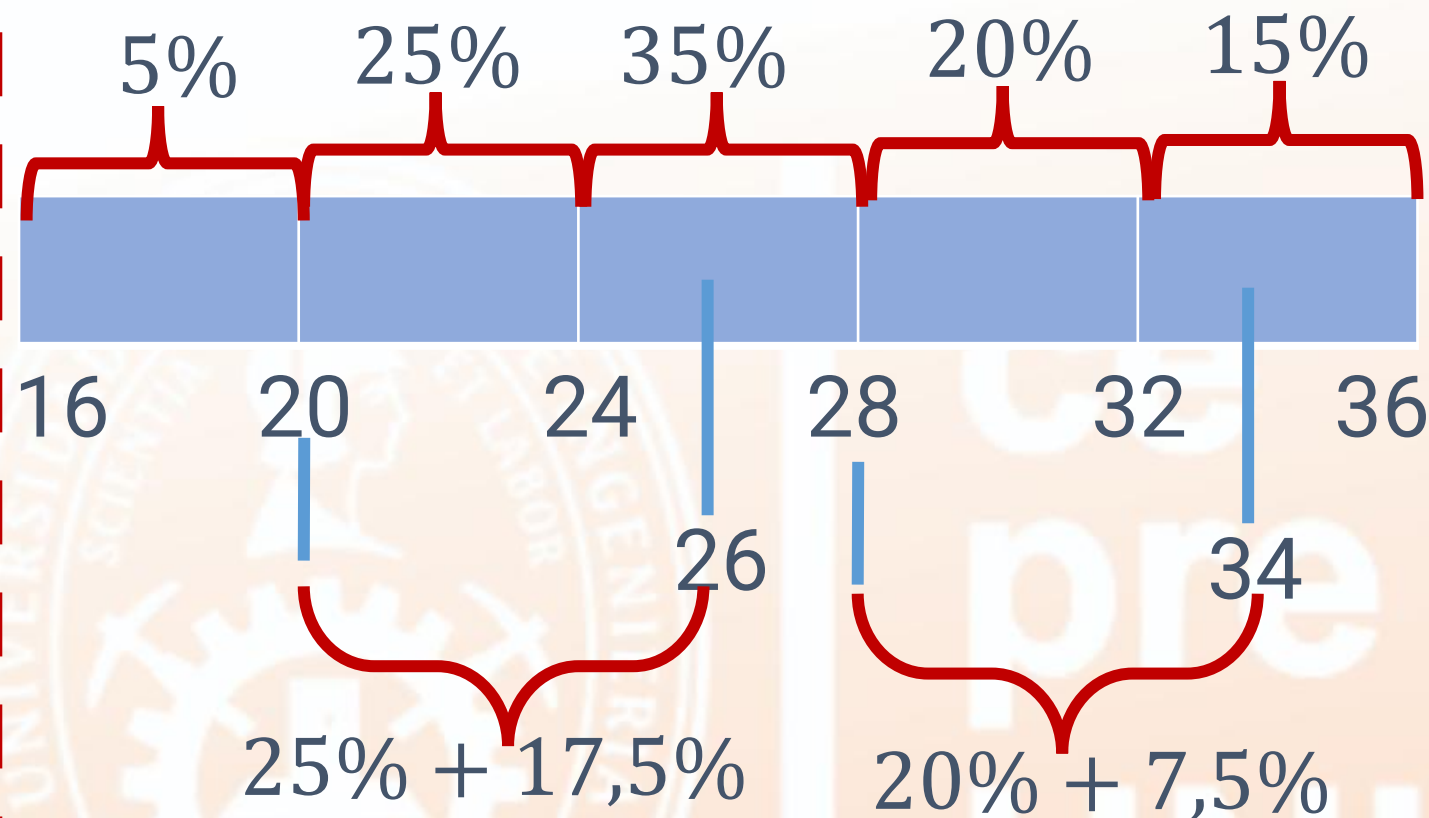


- A) 64% B) 70% C) 80%
D) 60% E) 74%

Resolución:

$$a + 5a + 7a + 4a + 3a = 100\%$$

$$a = 5\%,$$



$$\text{suma} = 70\%$$

CLAVE B

PROBLEMA 3

Si la mediana en la siguiente tabla de frecuencias es 27,5. Calcule la media.

INTERVALO	h_i
[12 - 18)	0,1
[18 - 26)	0,3
[26 - 28)	
[28 - 32)	
[32 - 34]	0,1

A) 22

B) 23

C) 24

D) 25

E) 26

RESOLUCIÓN

IC	X_i	h_i	$X_i h_i$
[12 - 18)	15	0,1	1,5
[18 - 26)	22	0,3	6,6
[26 - 28)	27	0,133	3,6
[28 - 32)	30	0,366	11
[32 - 34]	33	0,1	3,3

$$\bar{X} = 26$$

Clase mediana: [26 , 28 >

$$H_{i-1} = 0,4$$

$$27,5 - 26 = \left(\frac{0,5 - 0,4}{h_3} \right) 2$$

$$\Rightarrow h_3 = \frac{2}{15}$$

$$h_4 = \frac{11}{30}$$

CLAVE E

PROBLEMA 4

Se tiene la siguiente tabla de frecuencia, de variable x discreta. Si $a < b < c < d$, $\bar{X}=15,7$, $M_e = 15,5$; Moda = 13 y $S^2 = 14,01$

x	f_i
a	1
b	4
c	2
d	3

Calcule el resultado de:
($a + b + c + d$)

A) 57

B) 58

C) 59

D) 60

E) 61

RESOLUCIÓN

$$M_o = b \Rightarrow b = 13$$

$$M_e = \frac{b+c}{2} = 15,5 \Rightarrow c = 18$$

x_i	f_i	$x_i f_i$	$(x_i)^2 f_i$
a	1	a	a^2
13	4	52	676
18	2	36	648
d	3	$3d$	$3d^2$

$$a + 52 + 36 + 3d = 157, a + 3d = 69$$

$$a^2 + 676 + 648 + 3d^2 = 2605$$

$$a^2 + 3d^2 = 1281 \Rightarrow a = 9 \wedge d = 20$$

PROBLEMA 5

La media y la varianza de los sueldos de un grupo de trabajadores de una fábrica son 1000 y 6400 respectivamente. A cada uno de los empleados se les incrementará un N% de sus sueldo más una bonificación de M soles. Si la nueva media de los sueldos es 1650 y la nueva desviación estándar es 128, Calcule N+M.

- A) 150 B) 140 C) 130
D) 120 **E) 110**

RESOLUCIÓN

X: sueldo del trabajador

$$M_{(x)} = 1000, \delta_{(x)} = 80$$

y: nuevo sueldo del trabajador

$$y = (100 + N)\%x + M$$

$$\delta_{(y)} = (100 + N)\%\delta_{(x)}$$

$$128 = (100 + N)\%(80), N = 60$$

$$M_{(y)} = 160\%(1000) + M$$

$$1650 = 1600 + M. \quad M = 50$$

$$\Rightarrow N + M = 110$$

CLAVE E

Problema 6

Se colocan los números del 1 al 9 en cada uno de los casilleros de un tablero de 3x3 uno por cada casillero, en cuántos casos se puede dar que la suma de los elementos de la diagonal principal resulte un número impar.

- A) 43 200 B) 129 600 C) 144 000 D) 172 800 E) 178 200

RESOLUCIÓN:

P		
	P	
		I

$$[C_2^4 \times C_1^5] \times 3! \times 6!$$



I		
	I	
		I

$$[P_3^5] \times 6!$$

$$[6 \times 5] \times 6 \times 720 + [60] \times 720$$

$$= 172\,800$$

CLAVE D

Problema 7

En una junta medica para evaluar la operación que se le va a realizar a un paciente de alto riesgo están presentes, dos cirujanos, dos anesthesiólogos, un cardiólogo y tres endocrinólogos, ¿de cuantas formas distintas se pueden sentar alrededor de una mesa, si los de una misma especialidad deben sentarse juntos?

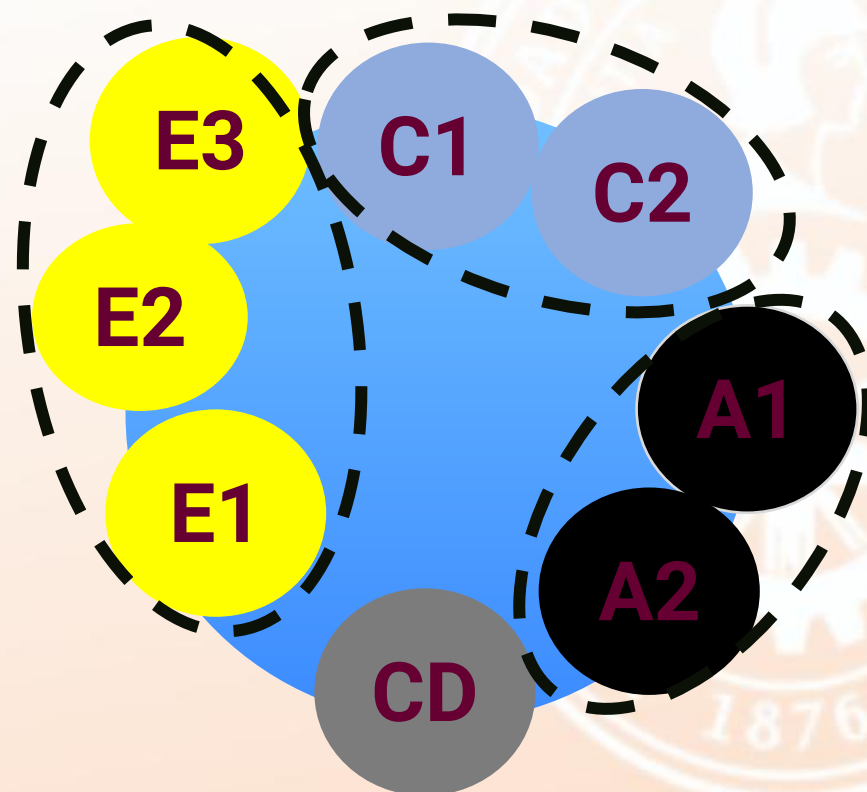
- A) 36 B) 72 C) 108 D) 120 E) 144

RESOLUCIÓN:

Permutación
circular de 4

y

Ordenamientos
internos



$$n = 3! \times 2! \times 2! \times 3!$$

$$n = 6 \times 2 \times 2 \times 6$$

$$n = 144$$

CLAVE E

Problema 8

Antonio va a Gamarra para adquirir dos docenas de camisas, se van a comprar camisas de seis modelos diferentes, pero al menos debe comprar una de cada modelo, ¿cuántas opciones de compra tiene Antonio?

A) 31 124

B) 32 369

C) 33 649

D) 36 349

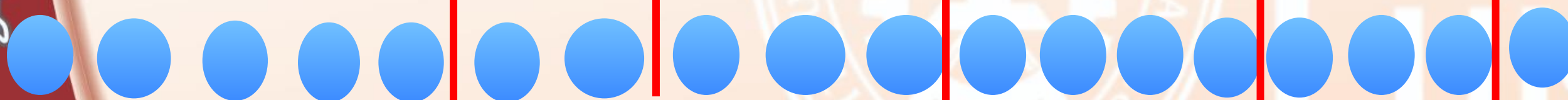
E) 42 504

RESOLUCIÓN:



compramos una camisa de cada modelo

las 18 compras restantes se distribuyen en los 6 modelos



$$C_5^{23} = \frac{23 \times 22 \times 21 \times 20 \times 19}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 33\ 649$$

CLAVE C

Problema 9

En la bolsa de valores se anuncia la cotización de las empresas ABT y ABC, siendo los eventos independientes:

T: La cotización de ABT sube.

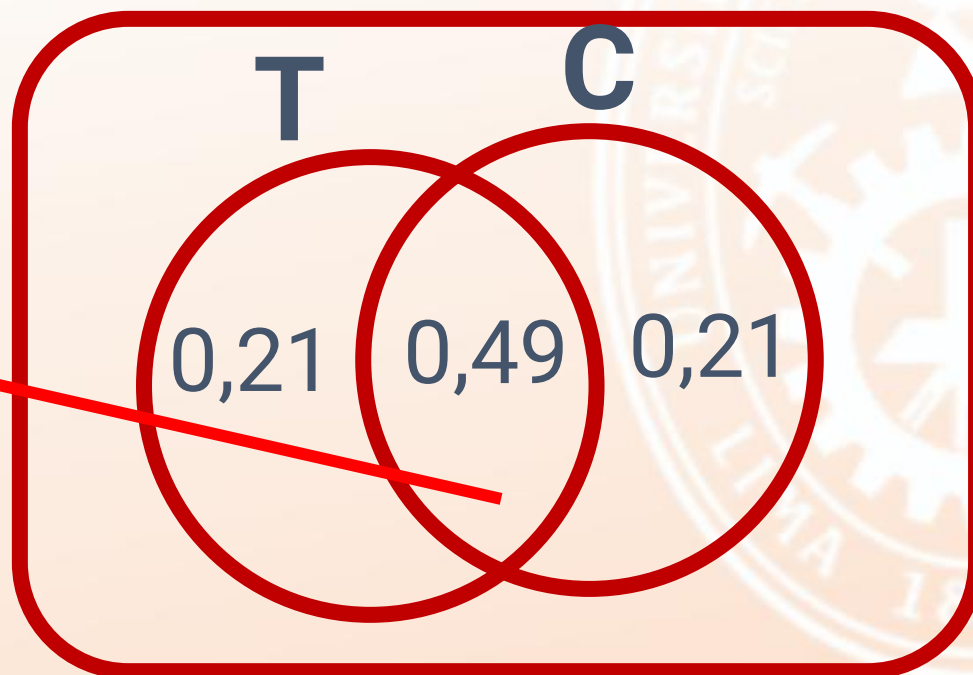
C: La cotización de ABC sube.

Si $P(T) = P(C) = 0.7$. ¿Cuál es la probabilidad de que un día suba solo una de ellas?

- A) 0.42 B) 0.45 C) 0.47 D) 0.55 E) 0.75

Resolución

$$0,7 \times 0,7$$



$$P_{(solo\ T\ \acute{o}\ C)} = 0,21 + 0,21$$

$$P_{(solo\ T\ \acute{o}\ C)} = \mathbf{0,42}$$

CLAVE A

Problema 10

Si la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_4 = 10$, tiene solución (x_1, x_2, x_3, x_4) donde $x_i, i = 1, \dots, 4$, son enteros positivos. Se saca una bolilla cuatro veces con reposición de una urna que contiene bolillas numeradas del 1 al 10, ¿cuál es la probabilidad de que se obtenga una solución de la ecuación?

A) 0.0084 B) 0.0099 C) 0.0125 D) 0.0375 E) 0.1245

Resolución

La cantidad de cuaternas que son solución:

$$x_1 = 1 + a, x_2 = 1 + b, x_3 = 1 + c, x_4 = 1 + d$$

$$a + b + c + d = 6 \quad \bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet \quad PR_{6,3}^9 = C_3^9 = 84$$

La cantidad de cuaternas en total : $10 \times 10 \times 10 \times 10$

$$p = \frac{84}{10\,000} = 0,0084$$

CLAVE A

Problema 11

Si lanza una moneda cuatro veces, ¿cuál es el valor esperado del número de caras que obtiene?

RESOLUCIÓN

La distribución de probabilidad es

X	0	1	2	3	4
PX(x)	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

Debido a que

X	0	1	2	3	4
N° CARAS	SSSS	CSSS	CCSS	CCCS	CCCC
N° CASOS	1	4	6	4	1

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{16} + 1 \times \frac{4}{16} + 2 \times \frac{6}{16} + 3 \times \frac{4}{16} + 4 \times \frac{1}{16} = \frac{32}{16} = 2$$

Por lo tanto se espera obtener 2 caras.

ADICIÓN - SUSTRACCIÓN

ADICIÓN

DEFINICIÓN.- Es una operación binaria, la cual es representada mediante el símbolo “+”, y asigna a cada pareja de elementos de un cierto conjunto S un tercer número como resultado de la operación

$$S \times S \xrightarrow{+} S$$

$$(a, b) \mapsto a + b$$

Número asignado
como resultado

LA ADICIÓN EN OTRA BASE

Ejemplo: sumar $3\ 7\ 4\ 2_{(8)} + 4\ 7\ 2\ 6_{(8)} + 7\ 3\ 7\ 7_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 2\ 2\ 1\ 1 \\ 3\ 7\ 4\ 2_{(8)} \\ 4\ 7\ 2\ 6_{(8)} \\ 7\ 3\ 7\ 7_{(8)} \\ \hline \end{array} +$$

Sumandos

Suma

$$2\ 0\ 2\ 6\ 7_{(8)}$$

PROPIEDADES

1.- Clausura o Cerradura

$$\forall a, b \in S, \quad a + b \in S$$

2.- Asociativa

$$\forall a, b, c \in S, \quad a + (b + c) = (a + b) + c$$

3.- Conmutativa

$$\forall a, b \in S, \quad a + b = b + a$$

4.- Existencia del elemento neutro aditivo

$$\exists 0 \in S \text{ tal que } \forall a \in S, \quad a + 0 = 0 + a = a.$$

5.- Existencia del inverso aditivo

$$\forall a \in S, \exists (-a) \in S \text{ tal que } a + (-a) = (-a) + a = 0.$$

Importante

- $-a$ denota el inverso aditivo de a .
- El elemento neutro aditivo es único.

OBSERVACIONES:

1) Los conjuntos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}$ o $\mathbb{R}$ son considerados con su adición usual.
Con dicha operación, se tiene que:

- $\mathbb{N}$ no cumple las propiedades 4 y 5.
- $\mathbb{I}$ no cumple las propiedades 1 y 4.
- $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$ cumplen con todas las propiedades.

2) Sobre un conjunto S se puede definir una adición no usual como muestra el ejemplo

Ejemplo: Definamos la adición sobre $S = \{0,1\}$ como

+	0	1
0	0	1
1	0	1

- Esta adición no usual, cumple las propiedades de: Clausura, Asociativa.
- No existe el elemento neutro aditivo. No es conmutativo.

APLICACIÓN 1

Se define la operación $*$ sobre el conjunto $S = \{a, b, c\}$ como

$*$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	d
c	b	d	a

Con respecto a dicha operación, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Existe el elemento neutro.

II. Es conmutativa.

III. El elemento inverso de a es a .

Resolución:

I. Falso

$$(c * a) \neq c$$

II. Falso

$$a * c \neq c * a$$

III. Falso

a No posee inverso.

APLICACIÓN 2

Si se cumple que:

$$\overline{pqr55} = \overline{1mn} + \overline{2mn} + \cdots + \overline{17mn}$$

determine $p + q + r + m + n$.

A) 17

B) 19

C) 21

D) 23

E) 25

Resolución:

$$\overline{pqr55} = 100 + 200 + \cdots + 1700 + 17(\overline{mn})$$

$$\overline{pqr55} = 15300 + 17(\overline{mn}) \Rightarrow \overline{\dots 55} = 17(\overline{mn}) \Rightarrow 15 = \overline{mn}$$

$$\Rightarrow \overline{pqr55} = 15555$$

$$\Rightarrow p + q + r + m + n = 17$$

APLICACIÓN 3

Calcule el valor de: $a \times b - m/n$

$$\text{Si: } \overline{abmn} = \overline{4n7(n-2)} + \overline{b8(n+3)(m-2)}$$

Resolución: Se tiene que: **Orden 1:** $m = 4$, entonces

$$\overline{ab4n} = \overline{4n7(n-2)} + \overline{b8(n+3)2}$$

Orden 2: $7+n+3 = \dots 4$, entonces $n = 4$

De donde: $\overline{ab44} = \overline{4472} + \overline{b872}$

Luego $b = 3$ y $a = 4$

$$\Rightarrow a \times b - m \times n = 4 \times 3 - \frac{4}{4} = 11$$

SUMATORIA

$$\begin{array}{lcl} \swarrow & \sum_{i=i_0}^n f(i) & \begin{array}{l} \rightarrow \text{Límite superior de la sumatoria} \\ \rightarrow \text{función de la variable} \\ \searrow \text{Límite inferior de la sumatoria} \end{array} \end{array}$$

Símbolo Sumatoria (Sigma)

Propiedades:

Siendo K una constante.

$$1) \sum_{i=i_0}^n [f(i) \pm g(i)] = \sum_{i=i_0}^n f(i) \pm \sum_{i=i_0}^n g(i)$$

$$\text{Ejemplo: } \sum_{i=1}^n [i^3 - i^2] = \sum_{i=1}^n i^3 - \sum_{i=1}^n i^2$$

$$2) \sum_{i=i_0}^n K f(i) = K \sum_{i=i_0}^n f(i) \longrightarrow \text{Ejemplo: } \sum_{i=2}^5 2i^3 = 2 \sum_{i=2}^5 i^3$$

$$3) \sum_{i=i_0}^n K = (n - i_0 + 1)K \longrightarrow \text{Ejemplo: } \sum_{i=7}^{31} 3 = 25(3) = 75$$

4) Propiedad Telescópica

$$\sum_{i=i_0}^n [f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(i_0 - 1)$$

Ejemplo:

$$\sum_{k=n}^{2n-1} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{2n} = \frac{1}{2n}$$

SUMAS ESPECIALES

1.- Suma de los “n” primeros números naturales

$$S_n = \sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejemplo:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 19 = \frac{19(19+1)}{2} \rightarrow S = 190$$

2.- Suma de los “n” primeros números naturales pares

$$S_{2n} = \sum_{i=1}^n 2i = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

Ejemplo:

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 80 = 40(40+1) \rightarrow S = 1640$$

$n = 40$

3.- Suma de los “n” primeros números naturales impares

$$S_{2n-1} = \sum_{i=1}^n (2i - 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Ejemplo:

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 21 = 11^2 \xrightarrow{\text{yellow arrow}} S = 121$$

$n = 11$

4.- Suma de los cuadrados de los “n” primeros números naturales

$$S_{n^2} = \sum_{i=1}^n i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Ejemplo:

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 23^2 = \frac{23(23+1)(46+1)}{6} \xrightarrow{\text{yellow arrow}} S = 4\,324$$

5.- Suma de los cubos de los “n” primeros números naturales

$$S_{n^3} = \sum_{i=1}^n i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

Ejemplo:

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 13^3 = \left[\frac{13(13+1)}{2} \right]^2 \rightarrow S = 8\,281$$

6.- Suma de los productos de 2 naturales consecutivos

$$\sum_{i=1}^n i(i+1) = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Ejemplo:

$$S = 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + 31(31+1) = \frac{31(31+1)(31+2)}{3} \rightarrow S = 10\,912$$

7.- Suma de los productos de 3 naturales consecutivos

$$\sum_{i=1}^n i(i+1)(i+2) = 1 \times 2 \times 3 + \cdots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

Ejemplo:

$$S = 1 \times 2 \times 3 + \cdots + 19 \times 20 \times 21 = \frac{19(19+1)(19+2)(19+3)}{4} = 43\,890$$

8.- Suma de los términos de una progresión aritmética

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$$

9.- Suma de los términos de una progresión geométrica

$$S = 1 + a + a^2 + a^3 + \cdots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}, a \neq 1$$

APLICACIÓN 4

Determine la suma de cifras de la cantidad de términos de la siguiente suma:

$$7371 = (1 - 2) + (8 - 6) + (27 - 12) + \dots$$

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

Resolución:

$$7371 = \sum_{i=1}^n (i^3 - i^2 - i) = \sum_{i=1}^n i^3 - \sum_{i=1}^n i(i+1)$$

$$7371 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 - \left(\frac{n(n+1)(n+2)}{3} \right)$$

$$\Rightarrow n = 13 \quad \Rightarrow \sum \text{cifras}(13) = 4$$

APLICACIÓN 5:

Determine la suma de todos los números del sistema nonario de la forma:

$$\overline{a(3a-1)b\left(\frac{b}{3}\right)c\left(\frac{c+1}{5}\right)}_{(9)}$$

Calcule la suma de las cifras de "M".

Resolución:

$$\begin{array}{cccccc} \overline{a(3a-1)b\left(\frac{b}{3}\right)c\left(\frac{c+2}{5}\right)}_{(5)} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 1 & 8 & 2 \\ 3 & 8 & 6 & 2 & & \end{array} \\ \hline 3 & 3 & 2 & = 18 \end{array}$$

Resolviendo por órdenes:

Unidades: $\frac{18}{2}(1+2) = 30_9$

Decenas: $\frac{18}{2}(3+8) = 120_9$

Centenas: $\frac{18}{3}(0+1+2) = 20_9$

Millar: $\frac{18}{3}(0+3+6) = 60_9$

Decena de millar: $\frac{18}{3}(2+5+8) = 110_9$

Centena de millar: $\frac{18}{3}(1+2+3) = 40_9$

$$\begin{array}{r} 30_9 + \\ 120_9 \\ 20_9 \\ 60_9 \\ 110_9 \\ 40_9 \\ \hline \text{Rpta: } 5163230_9 \end{array}$$

SUSTRACCIÓN

Definición.- Es una operación binaria, la cual es representada mediante el símbolo “-”, y asigna a cada pareja de elementos de un cierto conjunto S un tercer número como resultado de la operación.

$$S \times S \xrightarrow{-} S$$

$$(a, b) \mapsto a + (-b) = \underbrace{a - b}_{\text{Número asignado como resultado}}$$

En general se cumple que:

$$M - S = D$$

Donde : M: minuendo
S: sustraendo
D: diferencia

Propiedad : $M + S + D = 2M$

Importante:

Como $-b$ denota el elemento inverso de b , por ello para realizar una sustracción es necesario que si $b \in S$ se tenga que $-b \in S$.

APLICACIÓN 6

En una sustracción el sustraendo es a la diferencia como la suma de términos es al minuendo. Si el minuendo es de la forma $\overline{aaa}$, entonces determine $\frac{D}{a}$, donde D es la diferencia.

- A) 41 B) 39 **C) 37** D) 35 E) 33

Resolución:

De los datos, tenemos:

$$\frac{S}{D} = \frac{M + S + D}{M} = \frac{2M}{M} = 2$$

$$\Rightarrow S = 2D \Rightarrow 3D = M = \overline{aaa}$$

$$\Rightarrow 3D = a \times 111 \Rightarrow \frac{D}{a} = 37$$

APLICACIÓN 7

Calcule el valor de: $u + n + i$ si:

$$\overline{2024uni} - \overline{uni2024} = 792099$$

Resolución:

$$\overline{2024uni} - \overline{uni2024} = 792099$$



$$\overline{2024uni} = \overline{uni2024} + 792099$$

Ordenando:

$$\begin{array}{r} \overline{u \ n \ i \ 2024} + \overline{792099} \\ \hline \overline{2024uni} \end{array}$$

1 2 3

En las unidades:

$$4 + 9 = \overline{1i} \rightarrow i = 3$$

En las decenas:

$$1 + 2 + 9 = 12 \rightarrow n = 2$$

En las centenas:

$$1 + 0 + 0 = 1 \rightarrow u = 1$$

Nos piden :

$$u + n + i = 6$$

LA SUSTRACCIÓN EN OTROS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Ejemplo: Calcule la diferencia de los siguientes números $643_{(7)}$ y $346_{(7)}$

Resolución:

	3°	2°	1°	← Orden
Minuendo →	6	4	3 ₍₇₎	
Sustraendo →	3	4	6 ₍₇₎	
Diferencia →				

Al final se tiene que:

6	4	3 ₍₇₎	—
3	4	6 ₍₇₎	
2	6	4 ₍₇₎	

Orden	Procedimiento
1	Como a 3 no se le puede disminuir 6, lo que se hace es regresar del orden 2 una vez la base, es decir 7 unidades, luego $7 + 3 - 6 = 4$ queda
2	Ahora en este orden se tiene $4 - 1 = 3$ pero a 3 no podemos disminuir en 4, regresamos entonces del orden 3 una vez la base: $7 + 3 - 4 = 6$ queda
3	En este orden se tiene ahora $6 - 1 = 5$, entonces $5 - 3 = 2$

PROPIEDADES:

Sea $N = \overline{abc}_{(k)}$,

donde $a > c$ se cumple

$$\overline{abc}_{(k)} - \overline{cba}_{(k)} = \overline{mnp}_{(k)}$$

donde:

$$\begin{aligned} m + p &= k - 1 \\ n &= k - 1 \end{aligned}$$

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 873 - \\ 378 \\ \hline 495 \end{array} \quad \begin{array}{r} 631_{(7)} - \\ 136_{(7)} \\ \hline 462_{(7)} \end{array}$$

Sea $N = \overline{abcd}_{(k)}$, donde $a > d$

a) Si $b > c$: $\overline{abcd}_{(k)} - \overline{dcba}_{(k)} = \overline{mnpq}_{(k)}$

$$\rightarrow n + p = k - 2 \quad \wedge \quad m + q = k$$

b) Si $b < c$: $\overline{abcd}_{(k)} - \overline{dcba}_{(k)} = \overline{mnpq}_{(k)}$

$$\rightarrow n + p = m + q = k - 1$$

c) Si $b = c$: $\overline{abbd}_{(k)} - \overline{dbba}_{(k)} = \overline{mnpq}_{(k)}$

$$\rightarrow m + q = k - 1; \quad n = p = k - 1$$

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 8\ 376 - \\ 6\ 738 \\ \hline 1\ 638 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6312_{(7)} - \\ 2136_{(7)} \\ \hline 4143_{(6)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4112_{(5)} - \\ 2114_{(5)} \\ \hline 1443_{(5)} \end{array}$$

APLICACIÓN 8

Si: $\overline{abcd}_{(m)} - \overline{dcba}_{(m)} = \overline{xytz}_{(m)}$; $c < b$,
 $N = \overline{xytz}_{(m)} + \overline{ztyx}_{(m)}$. Indique la cifra de tercer orden de N .

- A) 0 B) 1 C) $(m-1)$ **D) $(m-2)$** E) 2

Resolución: $\overline{abcd}_{(m)} - \overline{dcba}_{(m)} = \overline{xytz}_{(m)} \Rightarrow x + z = m \text{ y } y + t = m - 2$

$$\begin{array}{r} \xrightarrow{\text{yellow arrow}} \begin{array}{r} \overline{x \quad y \quad t \quad z}_{(m)} + \\ \overline{z \quad t \quad y \quad x}_{(m)} \\ \hline 10(m-2)(m-1)0_{(m)} \end{array} \end{array}$$

Nos piden : **$m - 2$**

COMPLEMENTO ARITMÉTICO (CA)

Definición.- Se denomina complemento aritmético de un número natural a la cantidad que le falta a dicho número para ser igual a una unidad del orden inmediato superior, con respecto de su cifra de mayor orden.

En general:

$$CA(N) = 10^k - N$$

Siendo k el número de cifras que tiene N

Ejemplos:

$$CA(31) = 100 - 31 \quad \Rightarrow \quad CA(31) = 69$$

$$CA(473) = 1\,000 - 473 \quad \Rightarrow \quad CA(473) = 527$$

$$CA(3\,785) = 10\,000 - 3\,785 \quad \Rightarrow \quad CA(3\,785) = 6\,215$$

EN OTRA BASE DIFERENTE DE 10

$$CA(N_{(b)}) = \underbrace{10 \dots 0}_{\text{"k" ceros}}_{(b)} - N_{(b)} = b^k - N_{(b)}$$

Siendo k el número de cifras que tiene $N_{(b)}$

Ejemplo: Calcule el CA de $3\,756_{(8)}$

$$CA(457_{(8)}) = 1000_{(8)} - 457_{(8)}$$

$$CA(457_{(8)}) = 321_{(8)}$$

FORMA PRACTICA

$$CA(\overline{abcd}_{(k)}) = \overline{mnpq}_{(k)}; \quad d \neq 0$$

$$\begin{aligned} d + q &= k & ; & \quad c + p = k - 1 \\ b + n &= k - 1 & ; & \quad a + m = k - 1 \end{aligned}$$

APLICACIÓN 9(PC2017-1)

Si C.A $(\overline{abcd}) = \overline{xxx}$ y $a + b + c + d + x = 29$. Calcular CA(CA($\overline{ab}$))

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

Resolución: Aplicando el método práctico:

$$x = 10 - d$$

$$x = 9 - c$$

$$x = 9 - b$$

$$0 = 9 - a \Rightarrow a = 9$$

$$\Rightarrow a + b + c + d + x = 29$$

$$\Rightarrow 9 + 9 - x + 9 - x + 10 - x + x = 29$$

$$\Rightarrow x = 4 \Rightarrow b = 5$$

Por lo tanto CA (CA(95))=5

APLICACIÓN 10

Cuántos números de la forma $\overline{ab}_{(7)}$ cumplen que: $CA(\overline{ab}_{(7)}) \leq \overline{ab}_{(7)}$

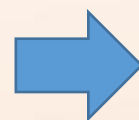
Resolución: Se tiene que :

$$100_{(7)} - \overline{ab}_{(7)} \leq \overline{ab}_{(7)}$$

$$\Rightarrow 100_{(7)} \leq 2\overline{ab}_{(7)}$$

$$\Rightarrow \frac{49}{2} \leq \overline{ab}_{(7)} \leq 66_{(7)}$$

$$\Rightarrow 25 \leq \overline{ab}_{(7)} \leq 48$$



48 - 24 = 24 números

APLICACIÓN 11

Calcule el complemento aritmético del número

$$M = 73 \cdot 10^{n-3} + 10^{n+3}$$

Dé como respuesta la suma de sus cifras

Resolución:

Ojo: $CA(10^k \cdot N) = 10^k \cdot CA(N)$

En el problema :

$$M = 73 \cdot 10^{n-3} + 10^{n+3}$$

Se puede expresar:

$$M = 73 \cdot 10^{n-3} + 10^6 \cdot 10^{n-3}$$

Factor común:

$$M = 10^{n-3} [73 + 1000\ 000]$$

$$M = 1000\ 073 \times 10^{n-3}$$

$$CA(M) = CA(1000\ 073 \times 10^{n-3})$$

$$CA(M) = 10^{n-3} \cdot CA(1000\ 073)$$

$$8\ 999\ 927$$

$$CA[M] = 899992700 \dots 000$$

(n+4) cifras



La suma de cifras es 53



ce
pre
UNI

Aritmética

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ce
pre
UNI

PROBLEMA 31

Indique el valor de verdad, verdadero (V) o falso (F), según corresponda, en las siguientes proposiciones:

- I. Si $A \subset \mathbb{N}$ y $A \neq \emptyset$, entonces la suma de todos los elementos de A está en $\mathbb{N}$.
- II. Si existe el elemento neutro aditivo, entonces este es único.
- III. Para cada $a \in \mathbb{Z}$ la unicidad del elemento neutro aditivo, se puede deducir de la siguiente propiedad en $\mathbb{N}$. Si $m + n = p + n \Rightarrow m = p$.

A) VVV

B) VFV

C) FFF

D) FVV

E) VVF

RESOLUCIÓN

- I) La adición en los naturales es cerrada (V)
- II) El elemento neutro aditivo es único (0), en la suma convencional. (V)
- III) $m + n + (-n) = p + n + (-n) \rightarrow m = p$ (V)

VVV

Problema 32

Indique el valor de verdad, verdadero (V) o falso (F), según corresponda, para las siguientes proposiciones:

I. Si $a^2 \in \mathbb{I}$, entonces $a \in \mathbb{I}$.

II. Si $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \forall a, b \in \mathbb{N}$.

III. Si $A \subset \mathbb{Z}$ y $A \neq \emptyset$ entonces la suma de todos los elementos de A esta en $\mathbb{Z}$.

A) VVV

B) VFV

C) FVF

D) FVV

E) FFF

Resolución:

I. $-\sqrt[2]{2} \in \mathbb{I}$, pero $\sqrt[2]{-\sqrt[2]{2}} \notin \mathbb{I}$ (F)

II. $MG \leq MA \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{c} \geq 2$ (V)

III. $A = \mathbb{N}$ luego $\sum_{n=1}^{\infty} n \notin \mathbb{Z}$ (F)

Problema 33

Sea $S = \{0,1,2\}$ y definimos la siguiente operación de adición sobre S . Determine el valor de verdad, verdadero (V) o falso (F), según corresponda, para las siguientes proposiciones:

$\oplus$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	1
2	0	1	0

- I. El elemento inverso aditivo de 2 es 2.
- II. El elemento neutro es 0.
- III. Ningún elemento tiene inverso aditivo.

A) VVV B) VFV C) FFF
D) FFV E) VVF

Resolución:

- I. La operación $\oplus$ no tiene elemento neutro, no existe inverso. (F)*
- II. La operación $\oplus$ no tiene elemento neutro. (F)*
- III. Como no existe neutro ningún elemento tiene inverso. (V)*



Problema 34

Determine la suma de la primera columna del siguiente arreglo.

1	2	4	7	11	16	...
3	5	8	12	17	:	
6	9	13	18	:		
10	14	19	:			
15	20	:				
21	:					
:						
210						

A) 1530

B) 1540

C)

1550

D) 1560

C) 1570

Resolución:

$$1; 3; 6; 10; 15; \dots; 210 \quad \rightarrow T_n = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

$$\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = 210 \rightarrow n = 20$$

$$\sum_{n=1}^{20} \frac{n^2 + n}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{20(21)(41)}{6} \right] + \left[\frac{20(21)}{2} \right] = 1540$$

Problema 35

Determine la suma de todos los números de 13 cifras del sistema octinario cuya suma de cifras sea 90. De como respuesta la suma de cifras del resultado.

A) 72

B) 74

C) 76

D) 78

C) 80



Resolución:

$$\begin{array}{r} 13 \left\{ \begin{array}{l} 677\,777\,777\,777_8 + \\ 767\,777\,777\,777_8 \\ 776\,777\,777\,777_8 \\ \\ 777\,777\,777\,776_8 \end{array} \right. \\ \hline 14\,666\,666\,666\,652_8 \end{array}$$

Problema 36

Se sabe que

$$1 + 22 + 333 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{9 \text{ cifras}} = \overline{\dots pqr}$$

Determine $\overline{pq} - \overline{rr}$.

A) 11

B) 12

C) 13

D) 14

E) 15

Resolución

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 22 \\
 333 \\
 \vdots \\
 99 \dots 999 \\
 \hline
 \dots pqr
 \end{array}$$

Orden 1: $1 + 2 + \dots + 9 = 45 = \dots r \rightarrow r = 5$

Orden 2: $4 + 2 + \dots + 9 = 48 = \dots q \rightarrow q = 8$

Orden 3: $4 + 3 + \dots + 9 = 46 = \dots p \rightarrow p = 6$

$$\overline{pq} - \overline{rr} = 68 - 55 = 13$$

Problema 37

Sea un número de tres cifras. Al calcular su complemento aritmético y luego restarle dicho número se obtiene 488. Determine el producto de cifras del número.

- A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

Resolución

$$(100 - \overline{abc}) - \overline{abc} = 488$$

$$\overline{abc} = 256$$

➡ $a \times b \times c = 60$

Problema 38

¿En qué sistema de numeración se cumple que

$$CA((18)(11)(16)) - 5(12) = 28(18)?$$

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 25

Resolución

$$\begin{aligned} CA((18)(11)(16)) &= 1000_n - (18)(11)(16)_n \\ &= (n - 19)(n - 12)(n - 16)_n \end{aligned}$$

$$(n - 19)(n - 12)(n - 16)_n = 5(12) + 28(18) = 564$$

$$n = 20$$

Problema 39

Calcule el valor de $\overline{7m} + \overline{np}$. Si

$$\overline{mnp}_{(9)} + \cdots + \overline{mnp}_{(9)} = \cdots 275_{(9)}$$

728 sumandos

A) 70
90

B) 75

C) 80

D) 85

E)

Resolución

$$\begin{array}{r} \overline{mnp}_{(9)} \\ + \overline{mnp}_{(9)} \\ \vdots \\ \overline{mnp}_{(9)} \\ \hline \end{array}$$

$$\cdots 275_{(9)}$$

Orden 1: $728p = 9k + 5 \rightarrow p = 4, k = 323$

Orden 2: $728n + k = 9r + 5 \rightarrow n = 1, r = 116$

Orden 3: $728m + r = 9l + 5 \rightarrow m = 6$

$$\overline{7m} + \overline{np} = 76 + 14 = \mathbf{90}$$

Problema 40

En un sistema de numeración al mayor número de 12 cifras diferentes se le suma el menor número de 12 cifras diferentes, obteniéndose como resultado un número cuya suma de cifras es 220. Determine la base de dicho sistema de numeración.

- A) 25 B) 24 C) 22 D) 21 E) 18

Resolución

$$\begin{array}{r}
 \overline{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\cdots(n-12)}_n + \\
 \quad \quad \quad 1 \quad \quad 0 \quad \quad 2 \quad \quad 3 \quad \quad \cdots \quad (11)_n \\
 \hline
 \overline{1 \quad 0 \quad (n-2) \quad (n-1) \quad (n-1) \cdots (n-1)}_n \\
 \text{Suma de cifras: } 11(n-1) = 220
 \end{array}$$

$$n = 21$$

Problema 41

Sea $S = \{0, 1, 2\}$ y definimos la siguiente operación de adición sobre S , que se presenta en la Tabla. Determine el valor de verdad, de las siguientes proposiciones:

- I. El elemento inverso aditivo de 2 es 2.
- II. El elemento neutro es 0.
- III. Ningún elemento tiene inverso aditivo.

$\oplus$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	1
2	0	1	0

- A) VVV B) VFV C) FFF D) FFV E) VVF

Resolución

- I. El elemento inverso aditivo de 2 es 2. (F)
 Porque, en $2 \oplus 2 = 0$, el cero no es elemento neutro
- II. El elemento neutro es 0. (F) Porque, en $2 \oplus 0 \neq 0 \oplus 2$, el 0 no es e. neutro
- III. Ningún elemento tiene inverso aditivo. (V) Porque, el conjunto S no tiene elemento neutro

Problema 42

Determine el resultado de:

$$S = \frac{1}{143} + \frac{1}{195} + \frac{1}{255} + \dots + \frac{1}{131043}$$

A) $\frac{1}{343}$

B) $\frac{16}{363}$

C) $\frac{31}{343}$

D) $\frac{17}{363}$

E) $\frac{21}{363}$

Resolución

$$S = \frac{1}{143} + \frac{1}{195} + \frac{1}{255} + \dots + \frac{1}{131043}$$

$$S = \frac{1}{11 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 15} + \frac{1}{15 \cdot 17} + \dots + \frac{1}{359 \cdot 361} + \frac{1}{361 \cdot 363}$$

$$2S = \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \frac{2}{15 \cdot 17} + \dots + \frac{2}{359 \cdot 361} + \frac{2}{361 \cdot 363}$$

$$2S = \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{359} - \frac{1}{361} + \frac{1}{361} - \frac{1}{363}$$

$$2S = \frac{1}{11} - \frac{1}{363}$$

$$\therefore S = \frac{16}{363}$$

Problema 43

Un deportista de la UNI, como parte de su preparación física realiza sprints partiendo desde el punto A_0 al punto A_1 y regresando al punto A_0 , luego al punto A_2 y regresa al punto A_0 , y así sucesivamente. Si la distancia entre A_{i-1} y A_i es 1 m para $i \in \{1, 2, \dots, 10\}$, determine la distancia total recorrida por dicho deportista.



A) 100

B) 110

C) 120

D) 130

E) 140

Resolución

El recorrido total realizado por el atleta, equivale a sumar las siguientes distancias

$$S = 2(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10) \Rightarrow S = 2 \left[\frac{(10)(11)}{2} \right]$$

$$\therefore S = \frac{16}{363}$$

Problema 44

Calcule la suma de las cifras, del resultado de sumar todos los números capicúas de 5 cifras del sistema quinario.

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

Resolución

$$\begin{array}{ccccc}
 \hline
 a & b & c & b & a_5 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\
 3 & 2 & 2 & 2 & 3 \\
 4 & 3 & 3 & 3 & 4 \\
 & 4 & 4 & 4 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$$4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$$

$$25 (1 + 2 + 3 + 4) = 250$$

<>

$$20 (0 + 1 + 2 + 3 + 4) = 200$$

<>

$$20 (0 + 1 + 2 + 3 + 4) = 200$$

<>

$$20 (0 + 1 + 2 + 3 + 4) = 200$$

<>

$$20 (0 + 1 + 2 + 3 + 4) = 200$$

<>

$$25 (1 + 2 + 3 + 4) = 250$$

<>

$$2000_5 +$$

$$1300_5$$

$$1300_5$$

$$1300_5$$

$$1300_5$$

$$2000_5$$

$$22000000_5$$

∴ La suma de las cifras del resultado es 4

Problema 45

Calcule el valor de S en la siguiente suma

$$S = \underbrace{29 + 319 + 3219 + 32219 + \dots}_{n \text{ sumandos}}$$

Resolución

$$\frac{S}{29} = 1 + 11 + 111 + 1111 + \dots$$

$$\frac{9S}{29} = 9 + 99 + 999 + 9999 + \dots$$

$$\frac{9S}{29} = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n - n$$

$$\frac{9S}{29} = \frac{10^{n+1} - 1}{10 - 1} - n - 1$$

$$S = \frac{29}{81} (10^{n+1} - 9n - 10)$$

A) $\frac{29}{81} (10^{n+1} - 9n - 10)$

B) $\frac{9}{81} (10^n - 9n - 10)$

C) $\frac{29}{81} (10^{n+1} - 7n - 10)$

D) $\frac{29}{81} (10^{n+1} - 9n - 11)$

E) $\frac{29}{9} (10^{n+1} - 9n - 10)$

Rpta. A

Problema 46

Indique verdadero (V) o falso (F), para las siguientes proposiciones:

- I. Si $\overline{mn}_{(7)} = \overline{pqr}_{(3)}$, entonces $CA(\overline{mn}_{(7)}) = CA(\overline{pqr}_{(3)})$.
- II. Sea $n \in \mathbb{N}$, entonces $CA(CA(n)) = n$.
- III. $CA(13) = CA(13_{(9)})$. A) VVV B) VFV **C) FFF** D) FVV E) VVF

Resolución

- I. $CA(\overline{mn}_{(7)}) = 100_{(7)} - \overline{mn}_{(7)}$
 $CA(\overline{pqr}_{(3)}) = 1000_{(3)} - \overline{pqr}_{(3)}$
 $CA(\overline{mn}_{(7)}) = CA(\overline{pqr}_{(3)})$ **F**
- II. $CA(CA(98)) = 8$
 $CA(CA(n)) = n$ **F**
- III. $CA(13) = 97$
 $CA(13_{(9)}) = 76_{(9)}$
 $CA(13) = CA(13_{(9)})$ **F**

Rpta. C

Problema 47

La suma de los términos de una sustracción de términos enteros positivos es 180, además el triple del minuendo es menor que nueve veces el sustraendo. Determine la diferencia de cifras del mayor valor que toma la diferencia

Resolución

A) 9 B) 8 C) 6 **D) 4** E) 2

$$M + S + D = 180$$

$$M + M = 180$$

$$M = 90$$

$$3M < 9S$$

$$270 < 9S$$

$$30 < S$$

$$30 < M - D$$

$$30 < 90 - D$$

$$D < 60$$

$$D_{\text{máx}} = 59$$

$$9 - 5 = 4$$

Rpta. D

Problema 48

Las 63 primeras páginas de un libro utilizan 40 cifras menos en su numeración que las utilizadas por las 63 últimas. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

A) 121

B) 124

C) 127

D) 130

E) 133

Resolución

$$63 \text{ primeras: } (63 + 1) \cdot 2 - 11 = 117$$

$$63 \text{ últimas: } 117 + 40 = 157$$

$$63 \times 3 - 157 = 32$$

$$\# \text{ páginas: } 99 + 32 - 1 = 130$$

Rpta. D

PROBLEMA 49

Si el producto del minuendo y la diferencia es 80 veces el sustraendo, además la resta entre el minuendo y la diferencia es 18. Calcule la suma del minuendo y diferencia. Dar como respuesta la suma de cifras.

- A) 23 B) 21 C) 19 D) 17 E) 15

Resolución:

$$M \times D = 80S$$

$$\rightarrow M \times (M - S) = 80S$$

$$M - D = 18$$

$$\rightarrow S = 18$$

$$\rightarrow M \times (M - 18) = 80 \times 18$$

$$\rightarrow M = 48$$

$$M + D = 48 + 30 = 78$$

$$\text{Suma de cifras} = 15$$

PROBLEMA 50

Indique el valor de verdad, verdadero (V) o falso (F), según corresponda, para las siguientes proposiciones:

I. Si $n \in \mathbb{N}$, entonces

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i!} < \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1}$$

II. Si $n \in \mathbb{N}$, entonces

$$\sum_{i=0}^n \frac{1}{i!} < 3$$

III. Si $n \in \mathbb{N}$, entonces

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!}$$

A) VVV

B) VFV

C) FVF

D) FFV

E) FVV

Resolución:

I. Para $n=1$:

$$\frac{1}{1!} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-1}$$

Falso

II. Recordar:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} = e \rightarrow \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!} < e < 3$$

Verdadero

II. Para $n=1$:

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 > \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!}$$

Falso

ce
pre
UNI

PROBLEMA 51

Calcule la suma de cifras, de la suma de todos los números capicúas de 5 cifras de la base 7, cuya suma de cifras sea par.

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Resolución:

$$N = \overline{abcba}_{(7)}$$

$$a + b + c + b + a \text{ es par} \quad \rightarrow \quad c \text{ es par}$$

$$N = \overline{a \ b \ c \ b \ a}_{(7)}$$

$$6 \times 7 \times 4 = 168$$

$$\text{Orden 1: } \frac{168}{6} (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 588 = 1500_{(7)}$$

$$\text{Orden 2: } \frac{168}{7} (0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 504 = 1320_{(7)}$$

$$\text{Orden 3: } \frac{168}{4} (0 + 12 + 4 + 6) = 504 = 1320_{(7)}$$



$$\text{Orden 4: } \frac{168}{7} (0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 504 = 1320_{(7)}$$

$$\text{Orden 5: } \frac{168}{6} (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 588 = 1500_{(7)}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 5 \ 0 \ 0_{(7)} \\ 1 \ 3 \ 2 \ 0_{(7)} \\ 1 \ 3 \ 2 \ 0_{(7)} \\ 1 \ 3 \ 2 \ 0_{(7)} \\ 1 \ 5 \ 0 \ 0_{(7)} \\ \hline 1 \ 6 \ 5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0_{(7)} \end{array}$$

Suma de cifras = 12

PROBLEMA 52

Si sumamos los complementos aritméticos de todos los números de una y dos cifras de la base n , se obtiene 924. Calcule dicha base.

- A) 11 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

Resolución:

$$CA(1_{(n)}) + CA(2_{(n)}) + \dots + CA((n-1)_{(n)}) + CA(10_{(n)}) + \dots + CA(\overline{(n-1)(n-1)}_{(n)}) = 924$$

$$\underbrace{(n-1)_{(n)} + (n-2)_{(n)} + \dots + 1_{(n)}}_{(n-1) + (n-2) + \dots + 1} + \underbrace{\overline{(n-1)0}_{(n)} + \overline{(n-2)(n-1)}_{(n)} + \dots + 1_{(n)}}_{(n^2-n) + (n^2-n-1) + \dots + 1} = 924$$

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1$$

$$(n^2-n) + (n^2-n-1) + \dots + 1$$

$$\frac{(n-1)n}{2} + \frac{(n^2-n)(n^2-n+1)}{2} = 924$$

$$n = 7$$

PROBLEMA 53

Si $\overline{mn}_{(p)} - \overline{np}_{(m+2)} = 0$ y además $m + p + n = 12$. Determine: $\overline{mn}_{(p)} - \overline{nm}_{(p)}$ en la base decimal.

A) 10

B) 8

C) 6

D) 4

E) 2

RESOLUCIÓN

$$m < p < m + 2 \rightarrow p = m + 1 \rightarrow 2m + n = 11 \rightarrow$$

$$\overline{m(11 - 2m)}_{(m+1)} = \overline{(11 - 2m)(m + 1)}_{[m+2]} \rightarrow$$

$$m(m + 1) + 11 - 2m = (11 - 2m)(m + 2) + m + 1$$

$$m^2 + m + 11 - 2m = 22 + 7m - 2m^2 + m + 1$$

$$3m^2 - 9m = 12 \rightarrow m(m - 3) = 4 \rightarrow m = 4 \rightarrow p = 5 \rightarrow n = 3$$

$$43_{(5)} - 34_{[5]} = 23 - 19 = 4$$



PROBLEMA 54

Determine la cantidad de parejas M y N de números de dos cifras tal que el triple del $CA(M)$ sea igual al $CA(N)$.

A) 30

B) 31

C) 32

D) 34

E) 35

RESOLUCIÓN

$$3(100 - M) = 100 - N$$

$$N = 3M - 200$$

$$10 \leq 3M - 200 \leq 99$$

$$70 \leq M \leq 99$$

Son **30** números



PROBLEMA 55

Determine un número de tres cifras al cual si se le suma el número que resulta de invertir el orden de sus cifras resulta un número capicúa de tres cifras, además la diferencia de los mismos resulta otro número capicúa, pero de dos dígitos. Luego dé como respuesta la suma máxima de las cifras del número hallado sabiendo además que las cifras de las unidades de ambos números capicúas son iguales.

A) 19

B) 17

C) 15

D) 13

E) 11

RESOLUCIÓN

$$\overline{abc} + \overline{cba} = \overline{yxy}$$

$$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp} = 99$$

$$a - c = 1$$

$$y = 9$$

$$a + c = 9$$

$$a = 5$$

$$c = 4$$

$$x = 2b \rightarrow \max. b = 4$$

$$\max. (a + b + c) = \mathbf{13}$$

PROBLEMA 56

La diferencia entre un número de tres cifras y el que resulta al invertir el orden de sus cifras es $\overline{4pq}$, y la suma de los mismos es $\overline{mn0p}$. Determine la suma de cifras del número.

A) 19

B) 17

C) 14

D) 13

E) 11

RESOLUCIÓN

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 496$$

$$a - c = 5$$

$$\overline{abc} + \overline{cba} = \overline{1n0p}$$

$$2b = 10$$

$$b = 5$$

$$a + c = p = 9$$

$$a = 7, c = 2$$

$$a + b + c = 14$$

Problema 57

Un número de tres cifras es tal que la cifra central es el doble de la suma de sus cifras extremas, y el número que se forma al invertir el orden de las cifras sobrepasa en 198 al número original. Calcule la suma de cifras de dicho número.

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

Resolución

Sea el número: $\overline{abc}$ Tal que: $b = 2(a + c) \rightarrow b = 8$

Dato: $\overline{cba} - \overline{abc} = 198 \rightarrow a < c \rightarrow 10 + a - c = 8$

$$\begin{array}{r} \overline{cba} \\ - \overline{abc} \\ \hline 198 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c - a = 2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad 1 \end{array}$$

$\rightarrow \overline{abc} = 183 \rightarrow \text{Suma de cifras} = 12$

Problema 58

Calcule la cantidad de números de 4 cifras significativas y diferentes tales que la diferencia con el número que resulta de invertir el orden de sus cifras da un capicúa de cuatro cifras.

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 19

Resolución

$$\begin{array}{r} \overline{abcd} - \longrightarrow a \neq b \neq c \neq d \\ \overline{dcba} \\ \hline \overline{mnnm} \end{array} \quad \wedge a > d$$

Si $b > c$: $\longrightarrow n + n = 8$
 $n = 4$
 $\longrightarrow m + m = 10$
 $m = 5$

$$\begin{array}{r} \overline{abcd} - \longrightarrow 10 + d - a = 5 \\ \overline{dcba} \\ \hline 5445 \end{array} \quad \begin{array}{l} a - d = 5 \\ c - 1 + 10 - b = 4 \\ b - c = 5 \end{array}$$

$$a - d = 5 \wedge b - c = 5$$

9	4	$\longrightarrow$	8	3	7	2	6	1	$\longrightarrow$	3
8	3	$\longrightarrow$	9	5	7	2	6	1	$\longrightarrow$	3
7	2	$\longrightarrow$	9	5	8	3	6	1	$\longrightarrow$	3
6	1	$\longrightarrow$	9	5	8	3	7	2	$\longrightarrow$	3 $\longrightarrow$ 12

Problema 59

Si $CA(\overline{mnp} - \overline{pnm}) = \overline{6np}$.

Calcule $m + n + p$.

A) 11

B) 13

C) 12

D) 14

E) 10

Resolución: $\overline{mnp} - \overline{pnm} = \overline{xyz}$

$$CA(\overline{xyz}) = \overline{6np}. \quad \longrightarrow \quad 1000 = \overline{6np} + \overline{xyz}$$

$$\longrightarrow \quad \begin{matrix} x + z = 9 \\ y = 9 \end{matrix} \quad \longrightarrow \quad x = 3 ; z = 6$$

$$\begin{array}{r} \overline{mnp} \\ - \overline{pnm} \\ \hline 396 \end{array}$$



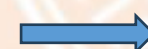
$$p=4$$



$$n=0$$



$$m=8$$



$$m + n + p = 8 + 0 + 4 = 12$$

Problema 60

En el sistema octinario existen n números de tres cifras tales que al sumarles o restarles $212_{(8)}$ se obtienen números capicúas de tres cifras. Calcule el valor de n .

A) 12

B) 14

C) 16

D) 18

E) 20

Resolución

$$\overline{a b c}_8 + 212_8 = \overline{p q p}_8$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ \cancel{1} \cancel{2} \cancel{0} \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} \cancel{0} \cancel{1} \cancel{2} \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

$$\wedge \quad \overline{a b c}_8 - 212_8 = \overline{x y x}_8$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ \cancel{7} \cancel{7} \\ \cancel{6} \cancel{6} \\ 5 \\ 4 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} \cancel{7} \cancel{6} \cancel{5} \\ \cancel{4} \cancel{3} \cancel{2} \\ \cancel{1} \\ 3 \times 6 \end{array}$$

→ 18